PART3　等比数列

例題

(1)　次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また，第 5 項を求めよ。

(i)　2，6，18，54，……　　(ii)　100，-50，25，$-\dfrac{25}{2}$，……

(2)　第 3 項が 28，第 6 項が 224 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。ただし，公比は実数とする。

Point Pickup

練習

(1)　次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また，第６項を求めよ。

(i)　-27，-9，-3，-1，……　　(ii)　2，-3，$\dfrac{9}{2}$，$-\dfrac{27}{4}$，……

(2)　第２項が -6，第５項が 162 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。ただし，公比は実数とする。

第 1 講　PART3 確認問題

1　等比数列 5，-15，45，-135，……において，

一般項 a_n は，$a_n=\boxed{\text{ア}}\cdot\left(\boxed{\text{イウ}}\right)^{n-1}$ である。

また，第 5 項は $\boxed{\text{エオカ}}$ である。

2　等比数列 96，48，24，12，……において，

一般項 a_n は，$a_n=\boxed{\text{キク}}\cdot\left(\dfrac{1}{\boxed{\text{ケ}}}\right)^{n-1}$

である。

また，第 10 項は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

3　第 3 項が 18，第 5 項が 162 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。ただし，公比は負の実数とする。

$$a_n=\boxed{\text{ス}}\cdot\left(\boxed{\text{セソ}}\right)^{n-1}$$

PART3　等比数列

例題

(1)　次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また，第５項を求めよ。

(i)　2，6，18，54，……　　　(ii)　100，-50，25，$-\dfrac{25}{2}$，……

(2)　第３項が 28，第６項が 224 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。ただし，公比は実数とする。

(1)(i)　初項 2，公比 3 の等比数列より，一般項は　$a_n=2\cdot3^{n-1}$

$$a_5=2\cdot3^4=162$$

(ii)　初項 100，公比 $-\dfrac{1}{2}$ の等比数列より，一般項は　$a_n=100\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

$$a_5=100\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^4=\frac{25}{4}$$

(2)　初項を a，公比を r とおくと，$a_n=ar^{n-1}$

$a_3=28$ より $ar^2=28$　……①

$a_6=224$ より $ar^5=224$ ……②

②÷①より $\dfrac{ar^5}{ar^2}=\dfrac{224}{28}$　　$r^3=8$

r は実数より $r=2$　　このとき①より $4a=28$　　$a=7$

よって，一般項は　$a_n=7\cdot2^{n-1}$

練習

⑴　次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また，第６項を求めよ。

(i)　-27，-9，-3，-1，……　　(ii)　2，-3，$\dfrac{9}{2}$，$-\dfrac{27}{4}$，……

⑵　第２項が -6，第５項が 162 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。ただし，公比は実数とする。

⑴(i)　初項 -27，公比 $\dfrac{1}{3}$ の等比数列より，一般項は　$a_n=-27\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$

$$a_6=-27\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^5=-\frac{1}{9}$$

(ii)　初項２，公比 $-\dfrac{3}{2}$ の等比数列より，一般項は　$a_n=2\cdot\left(-\dfrac{3}{2}\right)^{n-1}$

$$a_6=2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^5=-\frac{243}{16}$$

⑵　初項を a，公比を r とおくと，$a_n=ar^{n-1}$

$a_2=-6$ より $ar=-6$　……①

$a_5=162$ より $ar^4=162$ ……②

②÷①より $\dfrac{ar^4}{ar}=\dfrac{162}{-6}$　　$r^3=-27$

r は実数より $r=-3$　　このとき①より $-3a=-6$　　$a=2$

よって，一般項は　$a_n=2\cdot(-3)^{n-1}$

第 1 講　PART3 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：5，イウ：-3，エオカ：405

[解説]

初項が 5，公比が -3 の等比数列であるから

$$\boldsymbol{a_n=5\cdot(-3)^{n-1}}$$ [A]

また，第 5 項は

$$a_5=5\cdot(-3)^4=\mathbf{405}$$

[A]　初項 a，公比 r の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n=ar^{n-1}$$

2 **[正解]** キク：96，ケ：2，コ：3，サシ：16

[解説]

初項が 96，公比が $\frac{1}{2}$ の等比数列であるから

$$\boldsymbol{a_n=96\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}$$ [B]

また，第 10 項は

$$a_{10}=96\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^9$$

$$=2^5\cdot3\cdot\frac{1}{2^9}$$

$$=\frac{3}{2^4}=\mathbf{\frac{3}{16}}$$

[B]　初項 a，公比 r の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n=ar^{n-1}$$

3 **[正解]** **ス**：2，**セソ**：-3

[解説]

初項を a，公比を r とおくと，$a_n=ar^{n-1}$

$a_3=18$ より　$ar^2=18$　……①　[C]

$a_5=162$ より　$ar^4=162$　……②

②÷①より　$\dfrac{ar^4}{ar^2}=\dfrac{162}{18}$

$r^2=9$

$r<0$ であるから　$r=-3$

このとき①より

$9a=18$

$a=2$

よって，一般項 a_n は　$\boldsymbol{a_n=2\cdot(-3)^{n-1}}$

[C]　a と r の連立方程式をつくって解く。